التروس Gears

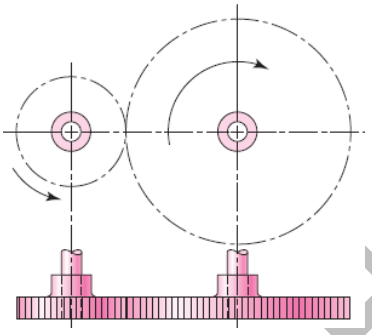
مقدمة:

من بين الوسائل المختلفة لنقل القدرة الميكانيكية (التروس والأحزمة والسلاسل)، تعد التروس بشكل عام الأكثر متانة وكفاءة، اذ تصل كفاءتها في نقل القدرة الى ٩٨ بالمائة، لكن من ناحية أخرى، غالبا ما تكون التروس أكثر تكلفة من السلاسل والأحزمة، وتزداد تكاليف التصنيع بشكل كبير كلما زادت الدقة، خصوصا إذا كان مطلوب الجمع بين (السرعات العالية والأحمال الثقيلة والضوضاء المنخفضة)

أنواع التروس:

التروس العدلSpur gear	التروس الحلزونيHelical gear	التروس المائل او المخروطي Bevel Gear	التروس الدودي Worm gear
تستخدم لنقل القدرة بين الاعمدة المتوازية	تستخدم لنقل القدرة بين الاعمدة المتوازية وغير المتوزية	تستخدم لنقل القدرة بين الاعمدة المتعامدة المتقاطعة crossed	تستخدم لنقل القدرة بين الاعمدة المتعامدة غير المتقاطعة non crossed

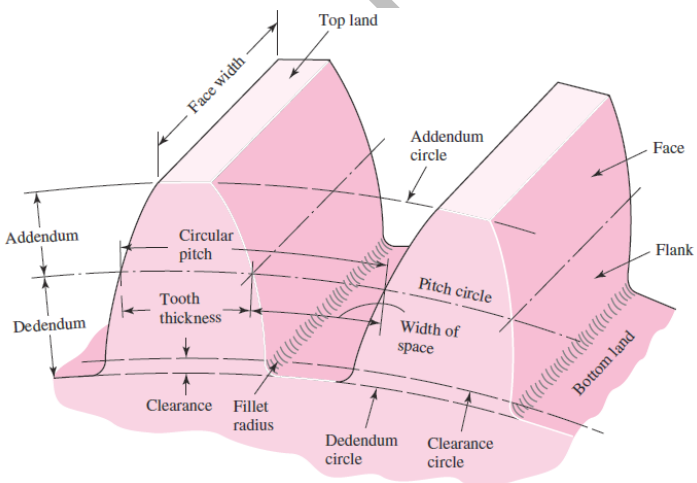
أولا: التروس العدلة Spur gears



- تقوم التروس العدلة بنقل القدرة بين الأعمدة المتوازية.
- تكون الاسنان موازية لمحور العمود.
- نسبة السرعة تكون ثابتة. (تصور أسطوانتين يدوران على بعضهما بدون انزلاق عند خط التلامس كما في الشكل)

الهندسية والمصطلحات Geometry and Nomenclature:

يبين الشكل اهم المصطلحات الخاصة بالتروس العدلة والتي تشمل:



دائرة الخطوة *The pitch circle*: دائرة افتراضية غالبا تجرى الحسابات على أساسها، وقطرها هو قطر الخطوة *pitch diameter* وتكون دائرتي الخطوة لاي ترسين متعشقين مماسة احداهما للأخرى.

الخطوة الدائرية *circular pitch* (*p*) المسافة من نقطة على السن الى النقطة المماثلة لها على السن التالي مقاسة عند دائرة الخطوة

التضمين *module* (*m*) هو نسبة قطر الخطوة إلى عدد الأسنان. ووحداته هي المليمتر في نظام *SI*، ويعد التضمين مؤشرا لحجم السن.

الخطوة القطرية *diametral pitch* (*P*) وهي نسبة عدد أسنان الترس إلى قطر الخطوة.

$$P = \frac{25.4}{m} \quad \left(\frac{1}{\text{inch}}\right) \quad \text{or} \quad m = \frac{25.4}{P} \quad (\text{mm})$$

رأس السن *addendum* (*a*) هي المسافة الشعاعية بين طرف السن ودائرة الخطوة.

جذر السن *dedendum* (*b*) هي المسافة الشعاعية من قاعدة السن إلى دائرة الخطوة

العمق الكامل h_t هو مجموع (*a*) و (*b*)

دائرة الخلوص clearance circle هي الدائرة المماسة لدائرة رأس السن الاخر

الخلوص *c* هو المسافة بين راس السن للترس الاول وجذر السن للترس الاخر

الملعب *backlash*: الفرق بين عرض الفراغ بين سنين متجاورين وسمك السن

ملاحظة: اي ترسين معشقين، يسمى الأصغر منهما بالترس الصغير pinion والاكبر بالترس الكبير gear،

جدول (a) علاقات ومصطلحات مهمة			
رقم المعادلة	العلاقة الرياضية	المصطلح بالانكليزي	المصطلح بالعربي
(13-1)	$P = \frac{N}{d}$ $P = \frac{25.4}{m}$	*P = diametral pitch,* (1/inch)	الخطوة القطرية
(13-2)	$m = \frac{d}{N}$ $m = \frac{25.4}{P}$	*m = module, (*mm*)*	التضمين
(13-3)	$p = \frac{\pi d}{N} = \pi m$	*p = circular pitch* (inch), (mm)	الخطوة الدائرية
(13-4)	$pP = \pi$	*N = number of teeth*	عدد الاسنان
		*d = pitch diameter, (*mm*)*	قطر الخطوة

خصائص الاسنان الملتفة involute teeth وكيفية توليد سطح ملتف (انفوليوتي):

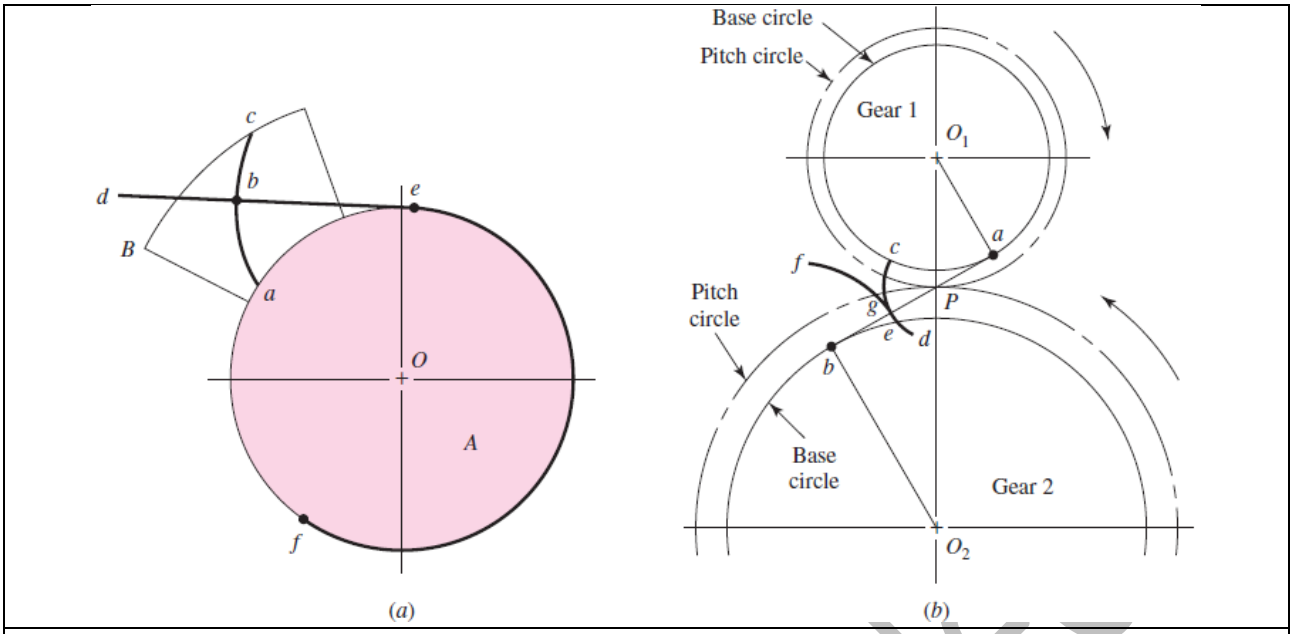
يمكن إنشاء منحنى السن involute (الشكل ١٣-٧ أ)، بالطريقة الاتية:

نقوم بلف حبل على الأسطوانة A، تمثل النقطة *b* نقطة على الحبل وتسمى نقطة التعقب، عند تحريك الحبل الى الأعلى والاسفل فان النقطة *b* ستتتبع المنحنى *ac*. يتغير نصف قطر الانحناء باستمرار، حيث يبلغ الصفر عند النقطة (*a*) والحد الأقصى عند النقطة (*c*). عند النقطة *b* يكون نصف القطر مساويا للمسافة *be*، حيث أن النقطة *b* تدور لحظيا حول النقطة *e*. وبالتالي فإن خط التوليد *de* يكون متعامدا مع المنحني في جميع نقاط التقاطع. وفي الوقت نفسه، تكون دائمًا مماسة للأسطوانة A. تسمى الدائرة التي يتم إنشاء المنحني عليها دائرة الأساس base circle.

دعونا الان نتفحص شكل المنحني لنرى كيف يمكنه ان يحقق متطلبات النقل المنتظم للحركة، ويتضح ذلك من خلال الشكل ١٣- ٧ ب، والذي يمثل ترسين يدوران حول المحورين O_1 و O_2 ولهما دائرتي أساس base circle نصفا قطريهما O_1a و O_2b، لنتخيل الان ان الحبل يتم لفه باتجاه عقرب الساعة حول الدائرة الاساس للترس 1 ومشدود بين النقطتين a و b ويتم لفه باتجاه عكس عقرب الساعة حول الترس 2

والان اذا قمنا بتدوير الدائرتين الاساس باتجاهين مختلفين مع ابقاء الحبل مشدودا نلاحظ ان النقطة g على الحبل سوف تتبع المسار المنحن *cd* في حالة لف الحبل حول الترس 1 والمسار *ef* في حالة لف الحبل حول الترس 2، اي ان السطحين المنحنيين تم توليدهما لحظيا بواسطة نقطة تعقب واحدة، والتي تمثل نقطة التلامس بين السطحين المنحنيين، تتحرك نقطة التلامس هذه على طول الخطين المتولدين كما ان موقع خط التوليد لا يتغير، لذا فان خط التوليد *ab* يكون دائما عموديا على هذين المنحنيين في نقطه التلامس وفي نفس الوقت مماس لدائرتي الأساس، وهذا يجعل شرط الحركة المنتظمة متحققا وذلك لان موقع النقطة *P* يكون ثابتا، وبالتالي فان المسافة O_1P والتي تمثل نصف قطر الخطوة للترس 1، تكون ثابتة وكذلك المسافة O_2P والتي تمثل نصف قطر الخطوة للترس 2، وهذا يجعل الدوران منتظما وغير متذبذب

Dr. Hazim Khaleel



شكل (١٣-٧)

طريقة أخرى لتوليد السطح الملتف (الانفوليوتي) :

كما مبين في الشكل (١٣-٨) يمكن توليد منحنى السن من خلال تقسيم دائرة الأساس الى اقسام متساوية ومن ثم انشاء انصاف الأقطار ... ,OA0, OA1, OA2. مبتدأ من النقطة A1 قم بإنشاء أعمدة على انصاف الأقطار ,A1B1, A2B2, A3B3 ، بعدها وعلى طول الخط $A1B1$ ، حدد مسافة مقدارها $A1A0$ ، وعلى طول الخط $A2B2$ ، حدد مسافة طولها ضعفي الطول $A1A0$، وبهذه الطريقة يمكن انشاء المنحنى الانفوليوتي الخاص بالسن والذي يحقق النقل المنتظم للحركة

عند توليد الاسنان على الدائرة الأساس لاي ترسين متلامسين يمكن إيجاد العلاقة بين انصاف اقطارهما من العلاقات الاتية

$$V = r_1\omega_1 = r_2\omega_2 \dots\dots\dots (13-4)$$

حيث أن V تمثل السرعة الخطية لنقطة التلامس بين الترسين

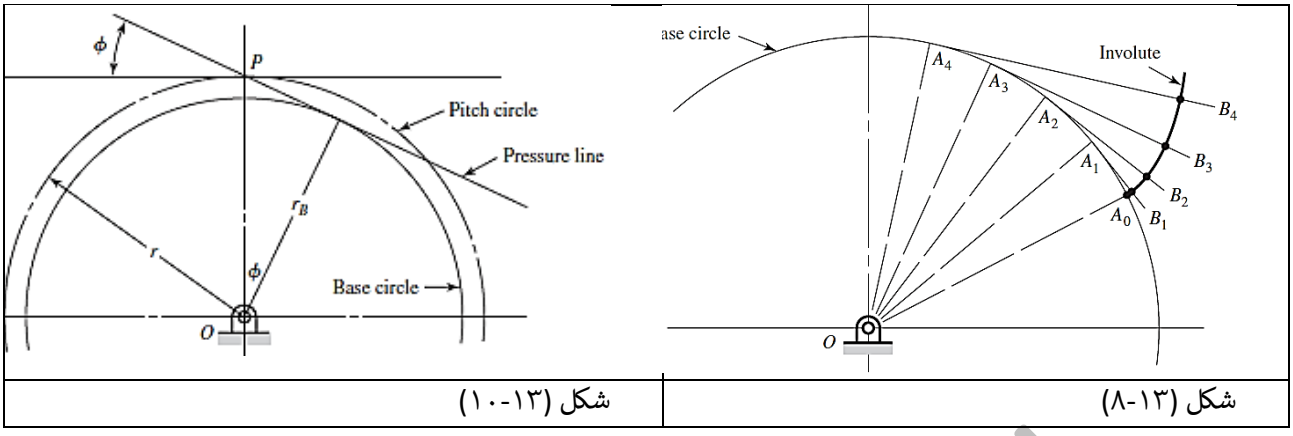
وعليه فإن العلاقة بين انصاف الأقطار والسرعة تكون

$$\frac{\boldsymbol{\omega_1}}{\boldsymbol{\omega_2}} = \frac{\boldsymbol{r_2}}{\boldsymbol{r_1}} = \frac{\boldsymbol{n_1}}{\boldsymbol{n_2}} = \frac{\boldsymbol{d_2}}{\boldsymbol{d_1}} = \frac{\boldsymbol{N_2}}{\boldsymbol{N_1}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (\boldsymbol{13-5})$$

حيث ان $\boldsymbol{\omega}$ و $\boldsymbol{n}$ تمثل السرعة الدورانية ،و $\boldsymbol{N}$ تمثل عدد الاسنان

على سبيل المثال إذا أردنا تصميم صندوق تروس يخفض السرعة ما من 1800 rpm الى 1200 rpm فان النسبة بينهما تكون 3:2 وعليه فان نسبة الاقطار للتروس يجب ان تكون بهذه النسبة فاذا كان الترس الصغير قطره 100 mm، فان الترس الكبير يجب ان يكون قطره 150 mm،

Dr. Hazim Khaleel



شكل (١٣-٨) شكل (١٣-١٠)

كذلك اذا كان لدينا ترس عدد اسنانه 18 سن معشق مع ترس 30 سن ولهما نفس التضمين module=12.5 mm، فان اقطارهما يمكن حسابها لتكون

$$d_1 = mN_1 = 12.5 * 18 = 225 \text{ mm} \ , d_2 = mN_2 = 12.5 * 30 = 375 \text{ mm}$$

اما المسافة المركزية center distance بين محوري الترسين فتكون

$$\boldsymbol{c = \frac{d_1 + d_2}{2} = r_1 + r_2}$$

Example 1: Geometric Properties of a Gearset is: A diametral pitch P set of gears consists of an N_1=19 tooth pinion and N_2=124 tooth gear, P = 16 in^{-1}

Find: The pitch diameters, module, circular pith, and center distance

Solution:

Through the use of Equation 11.2, diameters of pinion and gear, through the use of Equation 11.2, are

$$d_1 = \frac{N_1}{P} = \frac{19}{16} = 1.1875 \text{ in.} = 30.16 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{N_2}{P} = \frac{124}{16} = 7.75 \text{ in.} = 196.85 \text{ mm}$$

Note that in SI units, table (a), the module is

$$m = \frac{1}{P}(25.4) = \frac{1}{16}(25.4) = 1.5875 \text{ mm}$$

the circular pitch equals, table (a)

$$p = \frac{\pi}{P} = \frac{\pi}{16} = 0.1963 \text{ in.} = 4.99 \text{ mm}$$

The center distance

$$c = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{1}{2}(1.1875 + 7.75) = 4.4688 \text{ in.} = 113.51 \text{ mm}$$

نصف قطر دائرة الأساس r_b

العلاقة بين نصف قطر دائرة الأساس ونصف قطر دائرة الخطوة يمكن ايجادها من الشكل (١٣-١٠) لتكون:

$$r_b = r \cos \phi$$

حيث ان r يمثل ونصف قطر دائرة الخطوة ، اما ϕ فتمثل زاوية الضغط.

Example2: Two parallel shafts *A* and *B* with center distance *c* are to be connected by 12.7 module spur gears, 20° pressure angle, and spur gears l and 2 providing a velocity ratio of $r_s = 1/3$, c=360 mm. Determine, for each gear,

a. The number of teeth *N*

b. The radius of the base circle r_b and outside diameter d_o

c. The pitch-line velocity *V*, if gear 2 rotates at speed $n_2 = 50$ rpm

Solution: (a) :

$$r_1 + r_2 = c = 360\ mm, \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$$

$$Hence, r_1 = 90\ mm, r_2 = 270\ mm.,$$

$$d_1 = 180\ mm, d_2 = 540\ mm$$

$$N_1 = d_1/m = 180/12 = 15$$

$$N_2 = d_2/m = 270/12 = 45$$

(b) :

$$r_{b1} = r_1 \cos 20° = 90 \times \cos 20° = 84.57\ mm$$

$$r_{b2} = r_2 \cos 20° = 270 \times \cos 20° = 253.72\ mm$$

(c) :

$$V = r_2\omega_2 = r_2(2\pi n_2/60) = 270(2\pi(50)/60) = 1414\ \text{mm/s} = 1.414\ \text{m/s}$$

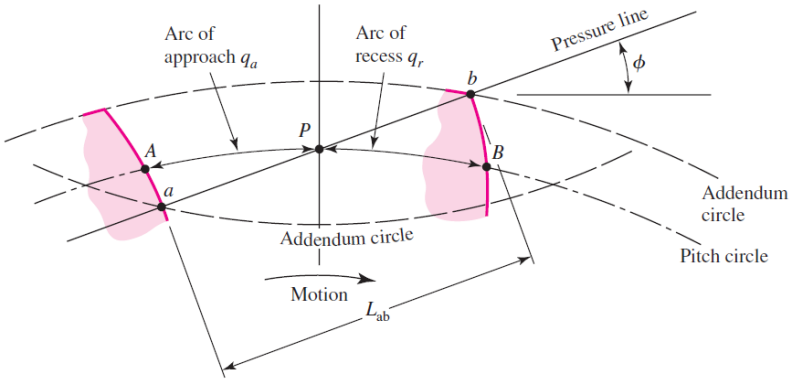
نسبة التلامس contact ratio:

يبدأ التعشيق بين الاسنان عند النقطة a وينتهي عند النقطة b في الشكل (١٣-١٥)، تعرف نسبة التلامس على انها متوسط عدد الاسنان المتلامسة او المعشقة مع بعضها في ان واحد، ويتم حسابها من العلاقة الاتية:

$$C_r = \frac{L_c}{p\cos\phi} \dots\dots\dots\dots\dots (13-8)$$

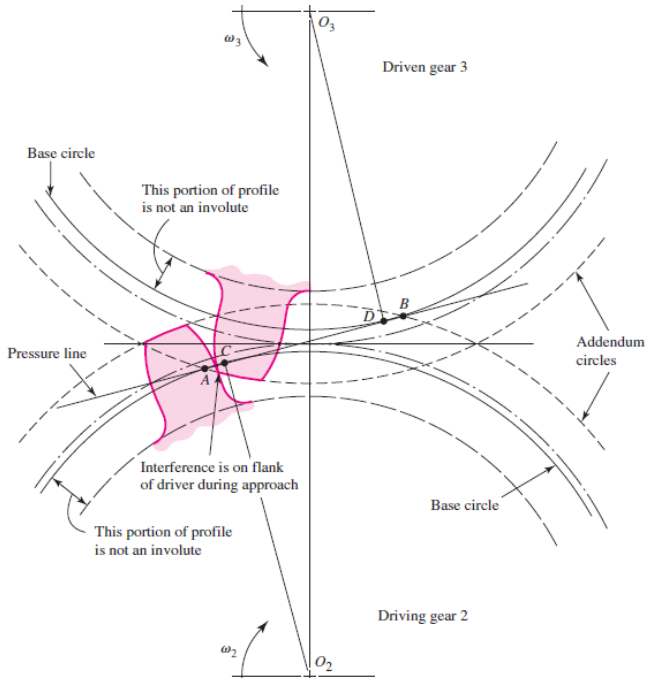
حيث أن C_r تمثل نسبة التلامس و p تمثل الخطوة الدائرية أما L_c فيمثل طول خط التأثير ab ويمكن ايجاده من العلاقة الاتية:

$$L_c = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p\cos\phi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g\cos\phi)^2} - c\sin\phi$$



الشكل (١٣-١٥)

التداخل interference:



يمكن توضيح التداخل بالشكل الاتي، يبدأ التلامس بين الاسنان عند النقطة a وينتهي عند النقطة b في الشكل (١٣-١٥)، او بمعنى اخر عندما تتلامس قمة السن للترس المنقاد مع جذر السن للترس القائد، أي يبدأ التلامس عند نقطة A كم في الشكل (١٣-١٦)، أي عند نصف قطر أدنى من نصف قطر دائرة الاساس، في هذه الحالة فان رأس السن المنقاد سوف يتلامس مع الجزء غير الانفوليوتي للسن القائد مما يؤدي الى حفره، وهذا الامر يتكرر عند انتهاء التعشيق بين السنين أيضا مما يؤدي الى حفر السن المنقاد من قبل السن القائد. لتجنب هذه الظاهرة يجب الا يقل عدد اسنان الترس الصغير عن حد معين كذلك يجب الا يزداد عدد اسنان الترس الكبير عن حد معين.

اقل عدد اسنان مسموح به للترس الصغير لكيلا تحدث ظاهرة التداخل يمكن ايجاده من العلاقة الاتية:

$$N_p = \frac{2k}{(1+3m)\sin^2\phi}\left(m + \sqrt{m^2 + (1+2m)\sin^2\phi}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13-11)$$

اما أكبر عدد اسنان مسموح به للترس الكبير فيمكن ايجاده من العلاقة الاتية:

$$N_G = \frac{N_P^2 \sin^2\phi - 4k^2}{4k - 2N_P \sin^2\phi} \quad \ldots\ldots\ldots (13-12)$$

حيث أن m تمثل نسبة التخفيض وتساوي N_G/N_P، وϕ زاوية الضغط، و $k = 1$ للاسنان الكاملة *full depth*، و $k =$ 0.8 للأسنان القصيرة *stub*.

على سبيل المثال إذا كان لدينا نسبة التخفيض *m=4* و زاوية الضغط $\phi = 20°$ فان عدد الاسنان للترس الصغير يكون

$$N_p = \frac{2(1)}{\left(1+3(4)\right)\sin^2 20°}\left(4 + \sqrt{4^2 + \left(1+2(4)\right)\sin^2 20°}\right) = 15.4 = 16$$

وفي هذه الحالة يكون عدد اسنان الترس الكبير

$$N_G = \frac{(16)^2 \sin^2 20° - 4(1)^2}{4(1) - 2(16)\sin^2 20°} = 101.1 = 101$$

جدول يوضح اقل عدد اسنان للترس الصغير وما يقابله من اسنان الترس الكبير، لمنع التداخل	
Minimum Pinion Teeth	**Maximum Gear Teeth**
16	101
15	45
14	26
13	16

Dr. Hazim Khaleel

Example3:

Two parallel shafts with 130 mm center distance are to be connected by 4 mm module, 20° spur gears providing a velocity ratio of 4:1.

(a) Determine the pitch diameters of the pinion and gear.

(b) Determine the contact ratio.

Solution:

(a):

From $r_g + r_p = C = 130\ mm$ and $r_g/r_p = 4$

$$r_g = 104\ mm \ and\ r_p = 26\ mm$$

$$p = \pi d/N = \pi m = 4\pi = 12.566\ mm$$

(b) the contact ratio

$$L_c = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos\phi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos\phi)^2} - c \sin\phi$$

$$= \sqrt{(26+4)^2 - (26\cos 20°)^2} + \sqrt{(104+4)^2 - (104\cos 20°)^2} - 130 \sin 20°$$

$$= 18.92 \text{ mm}$$

$$C_r = \frac{L_c}{p\cos\phi} = \frac{18.92}{12.566\cos 20°} = 1.6 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13-8)$$

أنظمة التسنين Tooth Systems

نظام الأسنان هو معيار يحدد العلاقات التي تتضمن رأس السن addendum، جذر السن dedendum، عمق العمل، سمك السن، وزاوية الضغط. الهدف الأساسي من القيم المعيارية تحقيق التبادلية interchangeability للتروس مهما كان عدد الأسنان، إذا كانت بنفس زاوية الضغط والخطوة.

يمثل الجدول (١٣-١) القيم المعيارية الشائعة للتروس العدلة. اما الجدول (١٣-٢) فهو مفيد بشكل خاص في اختيار الخطوة او التضمين للترس اذ ان أدوات القطع متوفرة بشكل عام للأحجام الموضحة في هذا الجدول.

Table 13–1 Standard Tooth Systems for Spur Gears (نظام التسنين للتروس العدلة)

Tooth System	Pressure Angle ϕ, deg	Addendum a	Dedendum b
Full depth	20	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$
			$1.35/P_d$ or $1.35m$
	$22\frac{1}{2}$	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$
			$1.35/P_d$ or $1.35m$
	25	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$
			$1.35/P_d$ or $1.35m$
Stub	20	$0.8/P_d$ or $0.8m$	$1/P_d$ or $1m$

الجدول (١٣-٢) قياسات الاسنان الشائعة للاستخدام العام

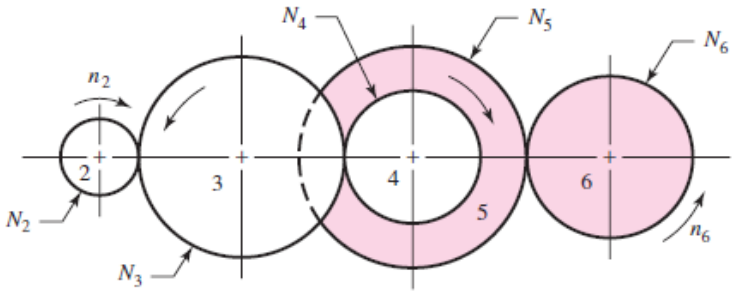
Diametral Pitch	
Coarse	$2, 2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{2}, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16$
Fine	20, 24, 32, 40, 48, 64, 80, 96, 120, 150, 200

Modules	
Preferred	1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Next Choice	1.125, 1.375, 1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

Dr. Hazim Khaleel

المسلسلات الترسية Gear Trains

The gear train shown in Fig. 13–27 is made up of five gears. The speed of gear 6 is:



$$n_6 = -\frac{N_2}{N_3}\frac{N_3}{N_4}\frac{N_5}{N_6}n_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

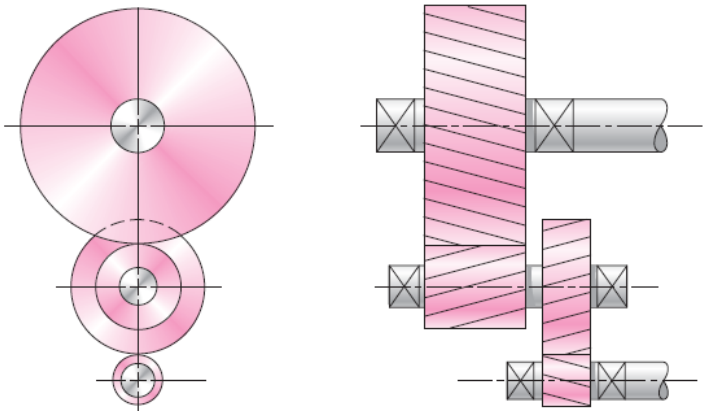
بشكل عام يمكن ان نقول ان نسبة التخفيض الكلية e تساوي:

$$e = \frac{n_L}{n_F} = \frac{\text{product of driving tooth numbers}}{\text{product of driving tooth numbers}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13-30)$$

ملاحظات حول المسلسلات الترسية

- يمكن الحصول على نسبة تخفيض 10:1 لكل ترسين، اما إذا كانت نسبة التخفيض اكبر من 10:1 ولغاية 100:1 فيفضل ان يكون عدد التخفيض من مرحلتين.
- للتقليل من حجم صندوق التروس يفضل استخدام تروس بأكثر من مرحلة، على سبيل المثال اذا كانت نسبة التخفيض المطلوبة 100:1 كما في الشكل Fig. 13–28، فيمكن استخدام سلسلة تروس من مرحلتين كل واحدة نسبة التخفيض لها 10:1، هذا الاجراء يقلل حجم صندوق التروس ويفضل ان تكون النسب متساوية قدر المستطاع
- لتحقيق نسبة تخفيض محددة في مسلسلات التروس فان ذلك يتم من خلال عدد الاسنان نظرًا لأن عدد الأسنان يجب أن يكون أعدادًا صحيحة، لذا يفضل تحديدها أولاً ومن ثم الحصول على أقطار الخطوة للتروس.

Figure 13–28
A two-stage compound gear train.



كيفية اختيار نسبة التخفيض المناسبة:

هناك ثلاث حالات لاختيار نسبة التخفيض. فيما يلي الحالات الثلاث مع مثال لكل حالة

١. **الحالة الأولى**: إذا كانت نسبة التخفيض الكلية المطلوبة تقريبية، في هذه الحالة يفضل ان تكون النسب لجميع المراحل متساوية على سبيل المثال اذا اريد نسبة تخفيض كلية 20:1، في هذه الحالة نجعل التخفيض من مرحلتين، نسبة التخفيض لكل مرحلة $\sqrt{20}:1$

مثال ١٣-٣: يراد تصميم صندوق تروس بنسبة تخفيض 30:1 مع سماح 1%، اختر عدد اسنان مناسب لتقليل الحجم قدر المستطاع. افرض زاوية ضغط الاسنان°20

الحل:

١- بما ان النسبة المطلوبة أكبر من 10:1، نحتاج صندوق تروس من مرحلتين كل مرحلة نسبة تخفيضها $\sqrt{30}$،
٢- من الجدول، اقل عدد للأسنان الترس الصغير $N_P = 16$
٣- نحدد عدد اسنان الترس الكبير من العلاقة

$$N_G = \sqrt{30} N_P = 87.64 \quad \text{say} \quad 88$$
$$e = \left(\frac{88}{16}\right)\left(\frac{88}{16}\right) = 30.25$$

هذه القيمة مقبولة لأنها ضمن النسبة المسموح بها وهي بين 29.7 و 30.3

٢. **الحالة الثانية:** اذا كانت النسبة الاجمالية المطلوبة مضبوطة exact ففي هذه الحالة نجزءها الى اعداد صحيحة فعلى سبيل المثال اذا كانت النسبة المطلوبة 20:1 تماما، نجعل نسبة احدى المراحل 5:1 والأخرى 4:1، ثم نحدد عدد الاسنان لأصغر ترس، للمرحلة ذات نسبة التخفيض العالية، كما مبين في الجدول ادناه، بعد ذلك من خلال نسبة التخفيض لكل مرحلة نحدد عدد اسنان بقية التروس،

جدول يبين اقل عدد مسموح به لأسنان التروس لكل نظام تسنين	
full-depth$\phi = 20°$	16
stub$\phi = 20°$	13
full-depth$\phi = 25°$	11
stub$\phi = 25°$	9

مثال ١٣-٤: يراد تصميم صندوق تروس بنسبة تخفيض مضبوطة 30:1، اختر عدد اسنان مناسب لتقليل الحجم قدر المستطاع.

الحل:

لغرض إيجاد نسب التخفيض أعدادا صحيحة نختار:

$$e = 30 = (6)(5)$$
$$\mathrm{N_2/N_3} = 6 \quad \text{and} \quad \mathrm{N_4/N_5} = 5$$

نلاحظ ان لدينا معادلتين وأربعة مجاهيل، نختار عدد الاسنان للتروس الصغيرة يساوي 16 وهو اقل عدد اسنان مسموح به.

$$N_3 = N_5 = 16$$
$$N_2 = 6\,N_3 = 6\,(16) = 96$$
$$N_4 = 5\,N_5 = 5\,(16) = 80$$

نسبة التخفيض الكلية:

$$e = (96/16)(80/16) = (6)(5) = 30$$

٣. **الحالة الثالثة:** وهي الحالة التي يجب ان يتحقق فيها شرطان وهما:

أ- ان تكون النسبة الكلية المطلوبة مضبوطة exact

ب- ان يكون العمود الداخل (input) والخارج (output) على استقامة كما في الشكل Fig. 13–29

في هذا النوع من صناديق التروس لكي يتحقق الشرطان يجب ان تكون المسافة المركزية C بين محاور الاعمدة المتوازية: أي ان:

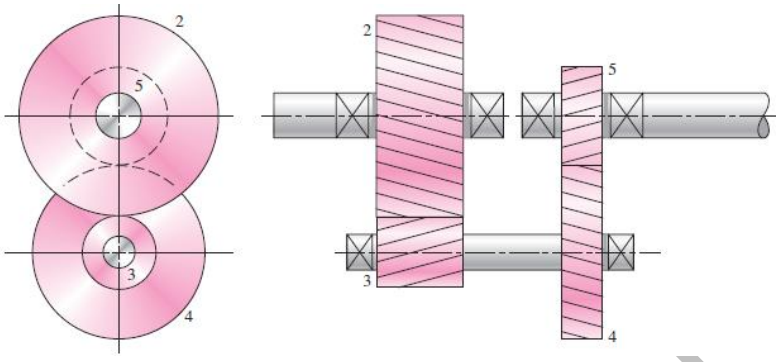
$$(d_2 + d_3)/2 = (d_4 + d_5)/2$$
$$d_2 + d_3 = d_4 + d_5$$
$$mN_2 + mN_3 = mN_4 + mN_5$$

Dr. Hazim Khaleel

$$N_2 + N_3 = N_4 + N_5$$

الشرط الاخير يجب ان يتحقق إضافة الشرط في الحالة الثانية (نسبة التخفيض المطلوبة يجب ان تكون مضبوطة exact كما في المثال السابق)

Figure 13–29
A compound reverted gear train.



مثال ١٣-٥: هناك حاجة الى صندوق تروس بنسبة تخفيض مضبوطة 30:1، مع تقليل الحجم الكلي لعلبة التروس الى أدنى حد ممكن، علما ان عمودي الدخول والخروج يجب ان يكونا على خط واحد، حدد العدد المناسب لأسنان كل ترس.

الحل:

١- بما ان نسبة التخفيض الطلوبة يجب ان تكون مضبوطة exact، نختار نسبتي التخفيض 6:1 و 5:1،

$$N_2/N_3 = 6 \quad , \quad N_4/N_5 = 5$$

٢- المعادلات الحاكمة للمسافة المركزية هي

$$N_2 + N_3 = N_4 + N_5$$

٣- نلاحظ ان لدينا أربعة مجاهيل وثلاث معادلات، للتخلص من احد المجاهيل نحدد عدد اسنان الترس الصغير لكل مرحلة (N_3 أوN_5)، يفضل ان نختار $N_3 = 16$ ليمثل الحد الأدنى من الاسنان، لأنه يقع ضمن نسبة التخفيض الأعلى وهي (6:1)

$$N_3 = 16$$
$$N_2 = 6N_3 = 6(16) = 96$$
$$N_2 + N_3 = 96 + 16 = 112 = N_4 + N_5$$
$$N_4 + N_5 = 5N_5 + N_5 = 6N_5 = 112$$
$$N_5 = 18.67$$

٤- إذا كانت نسبة التخفيض المطلوبة تقريبية يتم تقريب عدد الاسنان N_5 الى أقرب عدد صحيح، اما اذا كانت نسبة التخفيض المطلوبة مضبوطة كما في مثالنا الحالي يجب ان تكون (30:1) ففي هذه الحالة نلجأ الى تغيير الخيار الأول وهو N_3 الذي بدأنا به الحل، بطريقة التجربة، فنختار على سبيل المثال $N_3 = 17$ ، بدلا من 16، ثم نكرر الخطوات ٣ و ٤ الى ان نحصل على عدد صحيح لأسنان التروس

٥- الان نختار عدد اسنان جديد $N_3 = 17$ ونكرر الخطوات ٣ و ٤

$$N_3 = 17$$
$$N_2 = 6N_3 = 6(17) = 102$$
$$N_2 + N_3 = 102 + 17 = 119 = N_4 + N_5$$
$$N_4 + N_5 = 5N_5 + N_5 = 6N_5 = 119$$
$$N_5 = 19.83$$

الان نختار عدد اسنان جديد $N_3 = 18$ ونكرر الخطوات لنحصل على

$$N_5 = 21 \quad \rightarrow \quad N_4 = 105$$

نلاحظ ان عدد الاسنان اصبح:

Dr. Hazim Khaleel

$$N_2 + N_3 = N_4 + N_5$$
$$108 + 18 = 105 + 21$$
$$126 = 126$$

نلاحظ ان نسبة التخفيض الكلية e مضبوطة:

$$e = \frac{N_2}{N_3}\frac{N_4}{N_5} = \frac{108}{18}\frac{105}{21} = 30$$

للحالة الأخيرة عندما يراد تصميم صندوق تروس بنسبة تخفيض مضبوطة مع كون الاعمدة تقع على استقامة (كما في المثال (١٣-٥) ولتجنب التكرار لاختيار عدد الاسنان N3، عدة مرات يمكن استخدام الطريقة الاتية:

نفرض ان عدد الاسنان للترس الصغير ونسبة التخفيض العالية يساوي واحدا

$$N_3 = 1$$
$$N_2 = 6N_3 = 6(1) = 6$$
$$N_2 + N_3 = 6 + 1 = 7 = N_4 + N_5$$
$$N_4 + N_5 = 5N_5 + N_5 = 6N_5 = 7$$
$$N_5 = 7/6$$

هذا الكسر يمكننا التخلص منه بفرض N3 مساويا لمضاعفات العدد 6 بحيث يكون اكبر من اقل عدد اسنان يسبب التداخل interference، في هذه الحالة نفرض

$$N_3 = 18$$
$$N_2 = 6N_3 = 6(18) = 108$$
$$N_2 + N_3 = 108 + 18 = 126 = N_4 + N_5$$
$$N_4 + N_5 = 5N_5 + N_5 = 6N_5 = 126$$
$$N_5 = 126/6 = 21$$
$$N_4 = 5N_5 = 5(21) = 105$$

وعليه فان:

$$N_2 = 108, \quad N_3 = 18, \quad N_4 = 105, \quad N_5 = 21$$
$$N_2 + N_3 = 108 + 18 = 126 \quad N_4 + N_5 = 105 + 21 = 126$$

واجب بيتي

1 A 15-tooth spur pinion has a module of 3 mm and runs at a speed of 1600 rev/min. The driven gear has 60 teeth. Find the speed of the driven gear, the circular pitch, and the theoretical center to center distance.

2 A spur gearset has a module of 6 mm and a velocity ratio of 4. The pinion has 16 teeth. Find the number of teeth on the driven gear, the pitch diameters, and the theoretical center-to-center distance.

٣- هناك حاجة الى صندوق تروس بنسبة تخفيض تقريبية 35:1، اختر عدد اسنان مناسب لتقليل الحجم قدر المستطاع مع سماح بنسبة التخفيض ٢٪

٤- هناك حاجة الى صندوق تروس بنسبة تخفيض مضبوطة 30:1، اختر عدد اسنان مناسب لتقليل الحجم قدر المستطاع

٥- هناك حاجة الى صندوق تروس بنسبة تخفيض مضبوطة 30:1، مع تقليل الحجم الكلي لعلبة التروس الى أدنى حد ممكن، علما ان عمودي الدخول والخروج يجب ان يكونا على خط واحد، حدد العدد المناسب لأسنان كل ترس.

Dr. Hazim Khaleel